

INTRODUCCION A LA FISICA DE LA RADIACION COSMICA DE FONDO

Sergio Torres

*Centro Internacional de Física y Universidad de los Andes,
Bogotá, Colombia*

¿POR QUE ES IMPORTANTE EL ESTUDIO DE LA RADIACION COSMICA DE FONDO EN COSMOLOGIA?

El estudio de la radiación cósmica de fondo (RCF) en cosmología es importante porque siendo ésta una señal proveniente del universo en sus épocas más remotas trae información sobre los procesos y la física del universo temprano. Cualquier tipo de interacción que sufren los fotones de la RCF desde su emisión hasta el momento de ser detectados, debe dejar una huella en la distribución espectral y/o espacial de la temperatura de la RCF. Así por ejemplo si en su camino al observador la RCF pasa por una inmensa nube de electrones calientes, debido al efecto Compton inverso, el espectro de la RCF debe sufrir desviaciones de su forma Plankiana. La información en la RCF tiene una incidencia directa en los problemas más importantes de la cosmología: el problema de la materia oscura del universo, la naturaleza y el espectro de las fluctuaciones primordiales, la posible existencia de la constante cosmológica, la

existencia de ondas gravitacionales, la identificación de anisotropías intrínsecas en la métrica del universo, la existencia de cuerdas cosmológicas o defectos topológicos primordiales, y la posibilidad de rotación global del universo.

El problema del parámetro de densidad del universo Ω , que está relacionado con la curvatura del espacio, se podrá resolver cuando dispongamos de datos muy precisos de anisotropías a escalas angulares cercanas a $\sim 1^\circ$. La conexión entre la RCF y Ω está en la naturaleza del ‘pico Doppler’ que debe aparecer a una escala angular directamente relacionada con el parámetro Ω (Sugiyama 1994). El pico Doppler es un aumento en la amplitud de las anisotropías debido al efecto Doppler inducido por el movimiento de materia al momento de emisión de los fotones de RCF.

Las fluctuaciones primordiales en el potencial gravitacional son el origen de la estructura a gran escala del universo. Si estas fluctuaciones son gaussianas, también lo deberán ser las fluctuaciones de la temperatura de la RCF. Las teorías inflacionarias predicen de forma natural fluctuaciones primordiales gaussianas originadas por fluctuaciones cuánticas del campo escalar que dio origen a la inflación. Por otro lado los modelos que explican la aparición de estructuras a gran escala en el universo a partir de defectos topológicos o de cuerdas cósmicas, predicen la aparición de anisotropías en la RCF con distribuciones estadísticas no gaussianas. Un test de gaussianidad (teniendo en cuenta la no ergodicidad del campo de fluctuaciones de la RCF) de la señal en los mapas de RCF entonces estaría probando la consistencia de las predicciones de modelos inflacionarios o la posibilidad de la existencia de cuerdas cosmológicas.

Comparando los cálculos de anisotropías de la RCF a partir de una forma particular del espectro primordial de fluctuaciones en la densidad de la materia con los datos de RCF serviría para hallar la forma o por lo menos algunas cotas a la forma de dicho espectro. El conocimiento del espectro primordial es esencial para las teorías de formación de galaxias y estructura a gran escala.

La existencia de ondas gravitacionales también influye en la manera como se generan anisotropías en la RCF. En el caso particu-

lar de ondas gravitacionales de longitud de onda larga, la amplitud del cuadripolo esta directamente conectada con su existencia. Para otras longitudes de onda, la polarización de la RCF y la forma efectiva del espectro primordial visto por la RCF serían afectadas.

EL MODELO COSMOLOGICO ESTANDAR

Hasta hace solo pocos años el debate de la cosmología se planteaba en términos de las dos alternativas teóricas de las cuales se disponía en el momento: el modelo estacionario de Bond, Gold y Hoyle, y el modelo del ‘Big Bang’. Desde el descubrimiento de galaxias y de la expansión del universo por Hubble hasta las observaciones de mega-estructuras y las mediciones de anisotropías en la radiación cósmica de fondo (RCF) realizadas en los últimos años, el panorama de la cosmología ha cambiado dramáticamente. Las observaciones recientes abarcan escalas cada vez más amplias revelando estructuras a gran escala mayores a lo esperado en los modelos más simples, y simultáneamente han surgido problemas fundamentales al tratar de explicar de manera coherente todo el conjunto de observaciones que se han logrado en los últimos años. Sin embargo, el modelo cosmológico estándar que se basa en la teoría General de la Relatividad de Einstein y en el modelo estándar de las partículas fundamentales explica de forma coherente la existencia de un fondo cósmico de microondas con un espectro de cuerpo negro, la nucleosíntesis de los elementos livianos (D, ^3He , ^4He , y ^7Li) y la expansión del universo observada por Hubble (Kolb & Turner 1990; Peebles 1993; Weinberg 1972). A continuación se presentan de manera concentrada los elementos principales del modelo estándar cosmológico.

Los modelos ortodoxos presuponen la métrica de Robertson Walker (R-W). Esta viene especificada por dos parámetros: el factor de escala $R(t)$ y la curvatura espacial κ :

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left\{ \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\} \quad (1)$$

(la notación es la de *The Early Universe* de Kolb y Turner 1990, $c = 1$). Una métrica así definida corresponde a un espacio homogéneo e isotrópico y permite la definición de un tiempo ‘universal’, es decir, las superficies del 3-espacio evolucionan de tal forma que permanecen ortogonales a la coordenada temporal. Es esta métrica la magnitud del 3-momentum de una partícula libre siempre decae como $|\vec{p}| \propto R^{-1}$. En particular un fotón propagándose en esta métrica presentará un corrimiento hacia el rojo $|\vec{p}| = c\lambda^{-1} \propto R^{-1}$. El desplazamiento espectral resultante, z , es un parámetro alternativo para especificar el tiempo:

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} \quad (2)$$

$$t = 2.0571 \times 10^{17} (\Omega_0 h^2)^{-1/2} (1+z)^{-3/2} \text{sec} \quad (3)$$

Antes de poder resolver las ecuaciones de campo de Einstein para la métrica R-W debemos conocer la ecuación de estado del fluido cosmológico. Con una ecuación de estado en la cual la presión es proporcional a la densidad, $p = w\rho$, y usando las ecuaciones de Einstein y de conservación de ‘stress’ y energía se obtienen las ecuaciones de Friedmann para la evolución del parámetro de escala y la evolución temporal de la densidad:

$$\frac{\kappa}{H^2 R^2} = \Omega + \frac{\Lambda}{3H^2} - 1 \quad (4)$$

y

$$\rho \propto R^{-3(1+w)}. \quad (5)$$

Los parámetros H , Ω y Λ son respectivamente el parámetro de Hubble, el parámetro de densidad y la constante cosmológica. El parámetro de Hubble $H \equiv \dot{R}/R$ mide la velocidad de expansión y es función del tiempo. La constante de Hubble H_0 es el parámetro de Hubble hoy y tiene un valor experimental entre 50 y 100 $\text{Km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. También se usa la constante adimensional h para referirse a la constante de Hubble: $h = H_0/(100 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1})$. La edad del universo es $t_{edad} = bH_0^{-1}$, donde b es una constante

pequeña que depende de la geometría del universo y de la componente dominante de energía (radiación o materia). Una cantidad relacionada con la edad del universo es el *tiempo de Hubble*, $t_{Hubble} = H_0^{-1} = 9.7776 \times 10^9 h^{-1}$ años. En caso de confirmarse el alto valor de H_0 recientemente reportado por el grupo de científicos del telescopio espacial Hubble, el cual implicaría una edad del universo (8×10^9 años) en conflicto con las edades de las estrellas más viejas (16×10^9 años), sería necesario introducir una constante cosmológica no nula, para hacer que el universo temprano crezca más lentamente.

La densidad del universo relativa a la densidad crítica ρ_c es $\Omega \equiv \rho/\rho_c$, con $\rho_c = 3H_0^2/8\pi G = 1.8791h^2 \times 10^{-29}$ g cm $^{-3}$. De la ecuación 4 se puede ver que para $\Lambda = 0$ el parámetro de densidad determina la curvatura espacial: $\Omega > 1$ implica un universo cerrado ($\kappa = +1$), $\Omega < 1$ un universo abierto ($\kappa = -1$), y en un universo con $\Omega = 1$, $\rho = \rho_c$ la geometría es plana ($\kappa = 0$). La cantidad de materia que se infiere a partir de la luminosidad de las galaxias junto con la materia que debe existir en los halos de las galaxias para explicar las curvas de rotación indican que Ω es ~ 0.2 , lo cual implica un universo abierto.

Volviendo a la ecuación (5) para la evolución de la presión podemos diferenciar dos casos particulares: un universo dominado por radiación ($p = \frac{1}{3}\rho_r$, $w = \frac{1}{3}$), en el cual $\rho_r \propto R^{-4}$ y un universo dominado por materia ($p = 0$), $\rho_m \propto R^{-3}$. Mientras que en el caso de la densidad de materia la dependencia de la forma R^{-3} es clara (Volumen $\propto R^{-3}$), en la densidad de radiación aparece un factor adicional de R^{-1} . Este factor de R^{-1} es consecuencia del corrimiento hacia el rojo en la longitud de onda de los fotones en una métrica de R-W. Para $R \rightarrow 0$ es evidente que la componente de energía de radiación en el universo supera a la componente de energía de materia. Se dice entonces que el universo temprano está dominado por radiación, mientras que el universo actual está dominado por materia. El tiempo para el cual las dos componentes fueron iguales $\rho_m = \rho_r$ se llama tiempo de equidad, $t_{EQ} = 4.14 \times 10^{10}(\Omega_0 h^2)^{-2}$ segundos.

A partir de $\rho_r \propto R^{-4}$ y usando la ley de Stefan-Boltzman para la densidad de energía de radiación en términos de la temperatura, $\rho_r = aT^4$, $a = 7.5646 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$, se deduce que la temperatura del universo disminuye inversamente con el factor de escala: $T \propto \rho_r^{1/4} \propto R^{-1}$. La temperatura de la RCF hoy es $T = 2.726 \text{ K}$ lo cual implica $\rho_r = 4.17 \times 10^{-13} \text{ erg cm}^{-3} = 4.64 \times 10^{-34} \text{ gr cm}^{-3}$, y corresponde a 411 fotones por cada centímetro cúbico. También existe un fondo cósmico de neutrinos a una temperatura hoy de 1.95 K , o 112 neutrinos de cada familia por centímetro cúbico.

Un Universo Newtoniano

E. A. Milne y W. H. McCrea señalaron en 1934 el hecho que la dinámica de un simple modelo Newtoniano de nube de polvo proporciona las mismas soluciones a las que se llega con la teoría de la relatividad. El problema está en la interpretación de algunos de los términos en las ecuaciones. Considere una partícula de masa m en una gran nube de polvo de densidad ρ . En un momento dado la energía de la partícula es:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{GmM(r)}{r}, \quad (6)$$

igualando la distancia r al factor de escala R y la haciendo la energía $E = mr^2\kappa/2$ se obtienen las ecuaciones de Friedmann (4). Para $R \rightarrow 0$ en (4) (universo dominado por radiación) el término de curvatura κ es despreciable, y se obtiene una ecuación fácil de resolver:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{8\pi G}{3}\rho_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^4. \quad (7)$$

La solución de (7) es:

$$R(t) = R_0 \left(\frac{32\pi G\rho_0}{3}\right)^{1/4} t^{1/2}, \quad (8)$$

la cual se puede usar para expresar la densidad de radiación en función del tiempo:

$$\rho_r(t) = \rho_0 \left(\frac{R_0}{R(t)} \right)^4 = \frac{3}{32\pi G t^2} = \frac{4.472 \times 10^5}{t^2} \text{ gr cm}^{-3}, \quad (9)$$

y también la temperatura en función del tiempo:

$$T(t) = \left(\frac{\rho_r(t)}{a} \right)^{1/4} = \frac{1.5 \text{ K}}{t^{1/2}}. \quad (10)$$

En las anteriores expresiones el tiempo viene dado en segundos.

La Radiación Cómica de Fondo

La radiación cómica de fondo son los fotones desprendidos de la materia cuando ésta alcanza una temperatura de 2990 K suficientemente baja para permitir la formación de átomos neutros y como consecuencia la libre propagación de la radiación. Se refiere a esta época del universo con el nombre de *desacople* y ocurre a un tiempo $t_{dec} = 5.6384 \times 10^{12} (\Omega_0 h^2)^{-1/2}$ segundos. La existencia de la RCF fue predicha por primera vez por Alpher y Hermann (1948) del grupo de Gamow. Estos autores usaron un argumento muy directo y sencillo para calcular la temperatura de la RCF hoy. Este cálculo se basa en reconocer que el producto ρ_r^3/ρ_m^4 es constante, lo cual se desprende directamente de las ecuaciones de las densidades con respecto a R ($\rho_m \propto R^{-3}$, $\rho_r \propto R^{-4}$). Es decir, si conocemos ρ_r y ρ_m en una época temprana caliente del universo y si conocemos ρ_m hoy, entonces es posible calcular ρ_r hoy, y por lo tanto la temperatura de la radiación. Alpher y Hermann usaron un valor de 10^{-6} gr cm^{-3} para la densidad de materia según lo obtenido por el cálculo que hicieron para permitir la nucleosíntesis a los 640 segundos; la densidad de radiación para un tiempo de 640 segundos después de la singularidad fue obtenida de la aproximación a las ecuaciones

de Friedmann para un universo dominado por radiación (ecuación 8), $\sim 1 \text{ gr cm}^{-3}$; el valor usado para la densidad presente de masa fue el dado por Hubble en 1948 de $\sim 10^{-30} \text{ gr cm}^{-3}$. Con estos datos se obtuvo un valor de 5K para la temperatura de la RCF. (Una revisión histórica de los hechos que rodearon la predicción de la RCF se encuentra en Alpher & Herman 1988). La RCF fue descubierta por Penzias y Wilson (1965). En 1989 la NASA lanza el satélite *COBE* con instrumentos a bordo diseñados para hacer mediciones muy precisas de la anisotropía y el espectro de la RCF. Los primeros resultados arrojados por *COBE* indican que efectivamente la RCF exhibe un espectro Plankiano de $T_0 = 2.726 \pm 0.010 \text{ K}$ (Mather et al. 1994) y presenta pequeñas anisotropías a un nivel de $\Delta T/T_0 \approx 10^{-5}$ (Smoot et al. 1992).

Dichas anisotropías eran de esperarse ya que por estar en equilibrio térmico la materia y la radiación, cualquier perturbación en una componente también debe ser ‘sentida’ por la otra componente. Así por ejemplo, las fluctuaciones adiabáticas en la densidad (de materia y radiación) producirán fluctuaciones en la temperatura de la RCF: $\delta T/T = \frac{1}{4} \delta \rho/\rho$. Sin embargo, para que se presenten estas perturbaciones es necesario que exista contacto causal entre las regiones que participan de las fluctuaciones, lo cual implica que sólo aparecen hoy a escalas angulares menores a $\sim 1^\circ$. La escala angular θ_{dec} a partir de la cual dos puntos con esa separación no están conectados causalmente es: $\theta_{dec} = 0.87^\circ \Omega_0^{1/2} (z_{dec}/1100)^{-1/2}$. A escalas mayores que θ_{dec} el mecanismo más importante de generación de anisotropías en la RCF es el efecto Sachs-Wolf (1967). Este mecanismo explica la aparición de anisotropías resultantes de perturbaciones en el potencial gravitacional en la superficie emisora (superficie de última dispersión).

Otra fuente de anisotropía es el corrimiento Doppler de frecuencias debidas al movimiento del observador con respecto al marco en donde se emitió la RCF, o al movimiento de la superficie de última dispersión. En síntesis, se escribe la amplitud de la anisotropía en

la RCF como una suma de varias contribuciones:

$$\frac{\delta T(\hat{n})}{T_0} = \frac{1}{4} \left(\frac{\delta \rho}{\rho} \right) + \hat{n} \cdot \vec{V}_\odot + \hat{n} \cdot \vec{V}_{ls} + \frac{\Phi}{3} + 2 \int \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, \vec{n}) dt, \quad (11)$$

donde el primer término representa las perturbaciones adiabáticas, el segundo representa el efecto Doppler debido al movimiento del Sol con respecto a la RCF, el tercero es el efecto Doppler producido por el movimiento de la superficie de última dispersión, el siguiente término es el efecto de campos gravitacionales estáticos en la superficie de última dispersión (Sachs Wolfe), y el último término se refiere a los efectos de potenciales que cambian en el tiempo (efecto Sachs Wolfe integrado, o efecto Rees Sciama).

El Dipolo

Peebles & Wilson (1968) demostraron que la temperatura medida por una antena en movimiento a velocidad β es:

$$T(\theta) = T_0 \frac{(1 - \beta)^{1/2}}{1 - \beta \cos \theta} \quad (12)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de movimiento de la antena y la dirección del vector de onda de la onda incidente en la antena. Una expansión en β hasta orden β^2 resulta en:

$$\frac{\Delta T}{T} = \beta \cos \theta + \frac{\beta^2}{2} (2 \cos^2 \theta - 1). \quad (13)$$

El término lineal en β representa el dipolo y está relacionado directamente con la velocidad del observador relativa al sistema en reposo de la RCF.

La amplitud de dipolo observada por COBE es de $\Delta T = 3.365 \pm 0.027$ mK en la dirección $(l^{II}, b^{II}) = 264.4^\circ \pm 0.3^\circ, 48.4^\circ \pm 0.5^\circ$ lo cual implica una velocidad de $V_\odot = c\beta\Delta T/T_0 = 369.5 \pm 3.0$ Km s^{-1} . Teniendo en cuenta los movimientos de la Tierra con respecto

al Sol a 30 Km s^{-1} , el Sol (o más exactamente el ‘Local Standard of Rest’) alrededor del centro de la Galaxia, a 220 Km s^{-1} y la Galaxia hacia Virgo a 112.3 Km s^{-1} resulta una velocidad del Grupo Local con respecto a la RCF de $627 \pm 22 \text{ Km s}^{-1}$ en la dirección $(l^{\text{II}}, b^{\text{II}}) = 276^\circ \pm 3^\circ, 30^\circ \pm 3^\circ$.

El Cuadripolo y los Otros Multipolos

Puesto que la temperatura de la RCF es una función definida en la superficie de la esfera unitaria es natural usar los armónicos esféricos para su representación:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \sum_{\ell=2} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell}^m(\theta, \phi). \quad (14)$$

Como la temperatura es una cantidad real, se usa la parte real de esta expresión o alternativamente se puede definir una expansión en armónicos reales reemplazando los armónicos esféricos por sumas de términos $b_{\ell m}^c P_{\ell}^m(\theta, \phi) \cos(m\phi) + b_{\ell m}^s P_{\ell}^m(\theta, \phi) \sin(m\phi)$. Los nuevos coeficientes $b_{\ell m}^c$ y $b_{\ell m}^s$ son reales y se cumple que:

$$\sum_m |a_{\ell m}|^2 = \sum_m (b_{\ell m}^c)^2 + (b_{\ell m}^s)^2. \quad (15)$$

El término de orden $\ell = 1$ es el dipolo que como se vio esta dominado por un efecto local y no se tiene en cuenta de ahora en adelante. El término $\ell = 2$ corresponde al cuadripolo y tradicionalmente ha atraído mucho interés por sus implicaciones físicas tales como su conexión con una posible rotación global del universo (Collins & Hawking 1973; Barrow et al. 1985) o con la existencia de ondas gravitacionales de longitud de onda larga (Burke 1975).

El valor *rms* del cuadripolo se define como:

$$Q_{rms}^2 = \frac{T_0}{4\pi} \sum_{m=-2}^2 |a_{2m}|^2. \quad (16)$$

El valor de Q_{rms} reportado por COBE en su análisis del primer año de datos es de $13 \pm 4 \mu\text{K}$ mientras que para el segundo año éste es de $6 \pm 3 \mu\text{K}$. Sin embargo es importante anotar que la varianza de origen cósmico asociada al término $\ell = 2$ es muy grande $2Q_{rms}^4/5$. Por esa misma razón no es sorprendente ver la amplia dispersión en los resultados medidos y la baja significancia estadística (Gould 1993). Este hecho sumado a la presencia de ruido y de contaminación galáctica en los mapas de COBE hace muy difícil la extracción del cuadripolo cósmico (Tenorio 1993).

La función de correlación angular $C(\alpha)$, es el valor promedio del producto de dos términos $\Delta T/T_0$ distanciados por un ángulo α :

$$C(\alpha) = \left\langle \frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n}_i) \cdot \frac{\Delta T}{T_0}(\hat{n}_j) \right\rangle \quad (17)$$

con $\hat{n}_i \cdot \hat{n}_j = \cos \alpha$. La función de correlación angular entonces se puede interpretar como la probabilidad (promediada) de encontrar un pixel ‘caliente’ j a una distancia angular α de otro pixel ‘caliente’ i . Un caso de interés particular es la función de correlación en el origen: $C(0) = \langle (\Delta T/T)^2 \rangle$ que es el valor *rms* de la temperatura (al cuadrado).

Reemplazando la expresión (14) para $\Delta T/T_0$ en la definición de $C(\alpha)$ (17) y usando el teorema de adición de los armónicos esféricos, se obtiene $C(\alpha)$ en función de los coeficientes $a_{\ell m}$ y los polinomios de Legendre:

$$C(\alpha) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C_{\ell} P_{\ell}(\cos \alpha), \quad (18)$$

donde la función discreta C_{ℓ} es el espectro angular de potencias:

$$C_{\ell} = \frac{1}{(2\ell + 1)} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle = \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle. \quad (19)$$

El valor *rms* de temperatura es:

$$(\Delta T/T)_{rms}^2 = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell} (2\ell + 1) C_{\ell}. \quad (20)$$

En un experimento real las limitaciones impuestas por la resolución angular finita de los detectores se tienen en cuenta introduciendo una función peso en (18) que actúa como un filtro pasabajos con un ángulo de corte, θ_{corte} , proporcional a la resolución angular del aparato. Esta operación equivale a reemplazar C_ℓ por $C_\ell \exp(-\ell(\ell+1)\sigma_{eff}^2)$ en (18) con $\sigma_{eff} \sim \theta_{corte}/\pi$.

De esta forma el par de funciones C_ℓ , $C(\alpha)$ están relacionadas por una transformada de ‘Fourier’ (en la superficie esférica 2D) y para campos aleatorios gaussianos son equivalentes en términos de la información que traen con respecto a las fluctuaciones del campo escalar T . Siendo T un campo de fluctuaciones aleatorias y gaussiano, los coeficientes $a_{\ell m}$ son a su vez variables estocásticas con promedio nulo y variancia definida por el modelo cosmológico (Bond & Efstathiou 1987).

La RCF y las Fluctuaciones Primordiales

Se dice que la radiación cósmica de fondo es una sonda que permite medir el espectro de las fluctuaciones primordiales en la densidad de materia, es decir las fluctuaciones que dieron origen a la formación de las estructuras a gran escala que hoy observamos: cúmulos de galaxias, super-cúmulos de galaxias, etc. Veamos porqué.

Para anisotropías a escala angular grande ($> 2^\circ$) las variancias $\langle |a_{\ell m}|^2 \rangle$ se calculan por medio del efecto Sachs-Wolfe dependiendo del espectro primordial de fluctuaciones en la densidad de materia $P(k)$. El efecto Sachs-Wolfe mide los corrimientos en la longitud de onda de los fotones $\delta T/T = \Phi/3$ propagándose en el potencial gravitacional en la superficie de última dispersión Φ . Las fluctuaciones en el potencial gravitacional se relacionan con fluctuaciones en la densidad de la materia a través de la ecuación de Poisson $\frac{1}{R^2} \nabla^2 \Phi = 4\pi G \delta \rho$, y el espectro primordial de fluctuaciones en la densidad de materia son las amplitudes (al cuadrado) de Fourier:

$$P(k) = |\delta_k|^2 \quad (21)$$

con

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{V}{2\pi^3} \int \delta_k \exp(-\vec{k} \cdot \vec{x}) d^3k. \quad (22)$$

La historia de las fluctuaciones $\delta\rho/\rho$ depende de la escala espacial asociada a cada modo. En general las fluctuaciones adiabáticas (de curvatura) que ya han entrado al horizonte sufren oscilaciones acústicas si $\lambda < \lambda_J$ y crecen para $\lambda > \lambda_J$ ($\delta\rho/\rho \propto R^2(t)$, para la época dominada por radiación y $\delta\rho/\rho \propto R(t)$, cuando domina la materia). La longitud de onda de Jeans, λ_J , es la escala de longitud para la cual la presión (hacia afuera) y la gravedad (hacia dentro) en una nube autogravitante están en equilibrio. Las oscilaciones de fluctuaciones con longitud de onda muy pequeña sufren dos mecanismos de atenuación: uno debido a la viscosidad encontrada por dispersión de bariones con fotones ('Silk Damping') y el otro debido a la propagación de partículas relativistas fuera de la región contenida por la fluctuación en tiempos más cortos que el periodo de la oscilación ('Landau Damping').

El espectro de fluctuaciones primordiales $P(k)$ normalmente se expresa como una ley de potencias con índice espectral n :

$$P(k) \propto Q^2 k^n, \quad (23)$$

donde k es el número de onda y Q el valor *rms* del cuadripolo (definido en 16).

La dependencia de la varianza de los coeficientes $a_{\ell m}$ con el parámetro n del modelo es (Bond & Efstathiou 1987):

$$C_\ell = \langle |a_{\ell m}|^2 \rangle = \frac{4\pi}{5} Q^2 \frac{\Gamma(l + \frac{n-1}{2}) \Gamma(\frac{9-n}{2})}{\Gamma(l + \frac{5-n}{2}) \Gamma(\frac{3+n}{2})}. \quad (24)$$

Por ejemplo, para el modelo inflacionario que predice fluctuaciones del potencial gravitacional invariantes de escala ($\delta\Phi/\Phi = \text{constante}$, implica $P(k) \propto k$, $n = 1$, a través de la ecuación de Poisson) se obtiene:

$$C_\ell = \frac{24\pi Q^2}{5\ell(\ell + 1)}. \quad (25)$$

Es importante anotar que la teoría nos ofrece el valor medio de las variancias, sin embargo lo que se mide con experimentos no son valores medios sino el valor de una sola realización. De este hecho se desprende que el conocimiento derivado de las mediciones de los $|a_{\ell m}|^2$ es limitado en cuanto existe una dispersión intrínseca de los coeficientes. Esta dispersión por su puesto es de origen cosmológico y se debe a la naturaleza estocástica del proceso que genera anisotropías. Se refiere a este hecho con el nombre de *variancia cósmica*. Cada uno de los $a_{\ell m}$ es una variable aleatoria con distribución gaussiana y, como cada C_ℓ es una combinación de $(2\ell + 1)$ de estas variables al cuadrado, los C_ℓ entonces siguen una distribución χ^2 con $(2\ell + 1)$ grados de libertad.

La estructura que pueda tener la señal de origen cósmico en un mapa de RCF se puede describir usando la función de correlación o el espectro angular de potencias. En forma compacta, el *ángulo de coherencia*, θ_c es un parámetro que se usa para expresar numéricamente la estructura. Su definición es:

$$\theta_c = \left(-\frac{C''(0)}{C(0)} \right)^{-1/2}, \quad (26)$$

y es una medida del tamaño característico de las ‘manchas’ (regiones calientes por encima de un umbral). Puesto que θ_c es la derivada de la función de correlación en el origen, es posible relacionarlo con los parámetros del modelo (Q y n) derivando (18) dos veces con respecto a su argumento:

$$\theta_c^2 = 2 \frac{\sum_\ell (2\ell + 1)(C_{\ell,S} + C_{\ell,N})}{\sum_\ell \ell(\ell + 1)(2\ell + 1)(C_{\ell,S} + C_{\ell,N})}, \quad (27)$$

$$C_\ell = C_\ell \exp(-\ell(\ell + 1)\sigma_{eff}^2),$$

donde σ_{eff} representa el efecto de filtro debido a la resolución angular del instrumento, $C_{\ell,S}$ y $C_{\ell,N}$ son los coeficientes de Legendre para la señal y el ruido respectivamente. En el caso ideal de un mapa sin ruido instrumental el ángulo de coherencia depende

únicamente del índice espectral n . Por ejemplo, para el modelo inflacionario ($n = 1$) los instrumentos del *COBE* medirían un ángulo de coherencia efectivo $\theta_c \approx 12.4^\circ$. En realidad, con la presencia de ruido instrumental, el ángulo de coherencia medido es el que resultaría de una superposición de dos campos:

$$\theta_c^{-2} = \frac{\theta_N^{-2} + r\theta_S^{-2}}{1 + r}, \quad (28)$$

con θ_N el ángulo de coherencia del ruido, θ_S el ángulo de coherencia de la señal y r el cociente señal a ruido.

Para estimar el ángulo de coherencia se puede usar el descriptor topológico *género* definido como la curvatura total del contorno de las curvas de nivel de iso-temperatura (ver artículo "Modelos Cosmológicos y RCF" de S. Torres en estas memorias).

COBE

Mucho es lo que se ha hablado de este famoso proyecto que un día de abril de 1992 capturó desconcertantemente los titulares de periódicos en todo el mundo. Hay quienes dicen que los hallazgos de COBE pasarán a la historia como uno de los descubrimientos del siglo. Otros señalan que hubo algo de exageración en la euforia generada por las observaciones y que realmente no es tan grandioso lo que ocurrió. ¿Qué fue lo que COBE observó? y ¿Cuál fue el impacto real de estas observaciones en la cosmología?

Una corta reflexión sobre las idiosincrasias de la cosmología nos será muy útil para poner en contexto esta discusión. Recordemos que hasta hace unos pocos años la cosmología no era tomada muy en serio por los físicos. Basta con recordar el rechazo que encontró Gamow y su grupo con la teoría del "átomo primitivo". Otro ejemplo que refleja esa actitud contra la cosmología es el hecho que pudiendo haber detectado mucho antes la RCF esto sólo ocurre 17 años después de la predicción y por accidente!

Reconociendo la profundidad del tema y las implicaciones filosóficas de sus teorías no es sorpresa encontrar que la evolución de esta ciencia ha encontrado grandes prejuicios (en todas las direcciones). Me atrevería a decir sin temor a equivocarme que inclusive hoy en día existen grandes temores a la posibilidad de encontrar ‘la teoría del universo’. En el caso del modelo del ‘Big Bang’ por ejemplo es interesante leer las críticas hechas por quienes sustentan otros modelos con más problemas que el que pretenden criticar (Eric Lerner, Narlikar, etc). El paradigma existe y la solución puede estar en frente a nosotros sin darnos cuenta. Lo importante es recordar que las teorías física no son el resultado de preferencias filosóficas, sino por el contrario son construcciones basadas en observaciones. Que la teoría ideal del ‘Big Bang’ tiene dificultades todos lo sabemos. Lo importante es reconocer que por primera vez contamos con una amplia base de datos que abarcan las escalas (en longitud y energía) más grandes nunca antes alcanzadas y por lo tanto aumenta la probabilidad de ‘afinar’ el modelo. Veamos entonces qué fue lo que observó COBE.

Para hacer mediciones de la radiación cósmica de fondo libres de la contaminación de radio producida por la atmósfera terrestre, es necesario llevar a cabo estos experimentos en plataformas espaciales. El primero de estos experimentos fue realizado por los rusos con el proyecto RELIC-I lanzado al espacio en 1985. En un análisis reciente, el grupo RELIC reporta la detección de anisotropías a un nivel consistente con los resultados de COBE (Strukov et al. 1992a; 1992b). Posterior al anuncio de detección de anisotropías por COBE otros dos experimentos han realizado mediciones que corroboran lo encontrado por COBE (Ganga et al. 1993; Hancock et al. 1994).

El explorador del fondo cósmico COBE fue diseñado para medir muy precisamente la distribución espectral y espacial de la RCF con detectores instalados en una plataforma espacial. El satélite fue puesto en órbita el día 19 de Noviembre de 1989 y completó exitosamente sus 4 años de vida en 1993. Los datos generados por esta importante misión se han hecho disponibles a la comunidad

científica internacional y pueden ser obtenidos a través de INTERNET (ver anexo para las instrucciones sobre la obtención y el uso de estos datos).

El instrumento encargado de medir el espectro es FIRAS (Far InfraRed Absolute Spectrophotomer), un interferómetro que compara frecuencia por frecuencia, el espectro de la RCF con el de un cuerpo negro de referencia a una temperatura controlada. Los resultados indican que el espectro de la RCF es efectivamente una Plankiana con parámetro de temperatura $2.726 \pm 0.01\text{K}$ (95% C.L.) (Mather et al. 1994).

El instrumento que mide las anisotropías de la RCF es el Radiómetro Diferencial de Microondas (DMR) constituido por seis receptores, dos a cada frecuencia: 31.5, 53 y 90 GHz. Un tercer instrumento a bordo del satélite es el explorador del fondo cósmico infrarrojo (DIRBE).

El Radiómetro Diferencial de Microondas

A diferencia de un radiómetro de potencia total, DMR recibe la diferencia de temperatura del cielo entre dos direcciones separadas por un ángulo de 60° . Cada radiómetro viene equipado con dos antenas cónicas conectadas a un interruptor vibrador ('Dickey switch') que cada 1/100 segundos cambia la señal alimentada a los amplificadores de una antena a la otra. El resultado final producido por un radiómetro diferencial, después de las etapas de mezcla, amplificación, detección e integración, es un voltaje proporcional a la diferencia en la potencia vista por las dos antenas durante el tiempo de integración.

En el caso de los radiómetros DMR de COBE el tiempo de integración de la señal es de 0.5 segundos. La sensibilidad para cada observación (de 0.5 s) es de 25 - 30 mK dependiendo del radiómetro. El ruido total en un pixel del mapa resultante disminuirá por un factor $1/\sqrt{N}$, donde N es el número de observaciones. La resolución

angular de las antenas de DMR es de 7° FWHM ($\sigma = 2.97^\circ$). La vida total de la misión es de 4 años.

Los datos calibrados y corregidos por el efecto de algunos de los errores sistemáticos se almacenan en forma de un mapa dividido en 6144 pixels de igual área sobre la superficie de la esfera unitaria. Para convertir una serie en el tiempo proporcional a la diferencia en temperatura entre dos pixels ΔT_{ij} a un mapa T_i se resuelve un sistema de ecuaciones sobre-determinado de la forma $\Delta T_{ij} = T_i - T_j$. Naturalmente el término de monopolo del mapa resultante es ambiguo. El análisis de los datos se hace directamente sobre los mapas. Así por ejemplo la temperatura *rms* de la señal cósmica se estima usando

$$\sigma_{sky}^2 = \sigma_{A+B}^2 - \sigma_{A-B}^2 \quad (29)$$

donde $(A \pm B)$ denota la suma o la diferencia de los dos mapas que existen a cada frecuencia. El mapa suma contiene la señal más el ruido del radiómetro, en el mapa diferencia la señal se anula y sólo queda el ruido. Por lo tanto en la ecuación (29) se calcula la varianza de la señal cósmica restando la varianza del ruido a la varianza de la señal + ruido. El valor reportado por DMR es de $(\Delta T/T)_{rms}(7^\circ) = 44 \pm 7 \mu\text{K}$, y haciendo un suavizado de los mapas con una gaussiana de $\sigma = 2.9^\circ$ se obtiene $(\Delta T/T)_{rms}(10^\circ) = 30.5 \pm 2.7 \mu\text{K}$. Esta es la indicación más directa de la presencia de anisotropías en la RCF. En principio la ecuación (20) podría usarse para ver si un conjunto de parámetros (Q, n) están o no de acuerdo con los datos. La conexión entre teoría y datos resulta de la dependencia de los C_ℓ en (20) del modelo según la fórmula (24). En la práctica es bastante difícil la comparación debido a los efectos producidos por la varianza cósmica, la no uniformidad en el cubrimiento de la esfera celeste y los efectos de la pixelización y contaminación galáctica.

Un análisis más detallado de la estadística de la señal en los mapas de RCF de COBE usando la función de correlación, indica que existe estructura más allá de lo esperado por sólo ruido. Usando el método de máxima verosimilitud para comparar los modelos (para $P(k)$) con los datos de COBE del segundo año se encuen-

tran los valores de los parámetros Q y n : $12.4_{-3.3}^{+5.2} \mu\text{K}$ (68% CL) y $n = 1.59_{-0.55}^{+0.49}$ (68% CL) (Bennett et al. 1994). Se ve claramente que existe un amplio rango de valores de n que ajusta los datos. Para restringir más los valores de n permitidos por las observaciones es necesario involucrar en el análisis datos a escalas más pequeñas, como la función de correlación galaxias-galaxia (Torres et al. 1994). También se puede apreciar que el valor de n predicho por modelos inflacionarios ($n = 1$) se acomoda marginalmente a los datos del COBE.

REFERENCIAS

- Alpher, R. A. & Herman, R. 1948, *Nature*, 162, 774
- Alpher, R. A. & Herman, R. 1988, *Physics Today*, Agosto, 24
- Barrow, J. D., et al. 1985, *MNRAS*, 213, 917
- Bennett, C., et al. 1994 COBE-Preprint 94-01 and astro-ph/9401012
- Bond, J. R., & Efstathiou, G. 1987, *MNRAS*, 226, 655
- Burke, W. L. 1975, *ApJ*, 196, 392
- Collins, C. B. & Hawking, S. W. 1973, *MNRAS*, 162, 307
- Ganga, K. et al. 1993, *ApJ*, 410, L57
- Gould, A. 1993, *ApJ*, 403, L51
- Hancock, S., et al. 1994, *Nature*, 367, 333
- Kolb, E. W. & Turner, M. S. 1990, *The Early Universe* (Menlo Park: Addison-Wesley).
- Mather, J. C., et al. 1994, *ApJ*, in press
- Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of Physical Cosmology* (Princeton: Princeton University Press)
- Peebles, P. J. E. & Wilson, D. T. 1968, *Phys. Rev.* 174, 2168
- Penzias, A. A. & Wilson, R. W. 1965, *ApJ*, 142, 419
- Sachs, K. & Wolfe, A. M. 1967, *ApJ*, 147, 73
- Smoot, G. F., et al. 1992, *ApJ*, 396, L1
- Strukov, I., et al. 1992a, *Sov. Astr. Lett.*, 18, 3
- Strukov, I., et al. 1992b *MNRAS*, 258, 37P
- Sugiyama, N. 1994, CfPA-TH-94-34
- Tenorio, L. 1993, in *Present and Future of the Cosmic microwave Background*, eds. Sanz, J. L., Martínez-González, E. & Cayón, L., (Berlin: Springer-Verlag) 429, p. 115
- Torres, S., et al. 1994, *Astron & Astrophys.*, 287, 15
- Weinberg, S. 1972, *Gravitation and Cosmology* (New York: Wiley)