

Proyecto de Ciencia “El Tamaño de la Tierra”

Historia

Hace más de 2200 años en la antigua Grecia un individuo pudo medir el tamaño de la Tierra simplemente midiendo la sombra dejada por un palo clavado en la Tierra. Lo más sorprendente es que cuando comparamos su resultado con las medidas obtenidas usando tecnología moderna su error fue tan solo de 1%! Se trata de Eratóstenes (273 – 192 a.C.), el encargado de manejar la biblioteca de Alejandría en Egipto e ilustre estudioso de geografía, geometría y astronomía. Eratóstenes se dio cuenta que al medio día en la ciudad de Syene (Aswan hoy en día) un día particular del año los rayos del Sol caían directamente al fondo de un hueco profundo sin producir sombra alguna mientras que a 750 kilómetros al norte, en la ciudad de Alejandría, una estaca clavada en Tierra sí producía sombra a esa misma hora. Esta observación no solamente indica que la Tierra es redonda. Usando geometría elemental y conociendo el tamaño de la sombra en Syene y la distancia entre esta y Alejandría, Eratóstenes calculó la circunferencia de la Tierra.

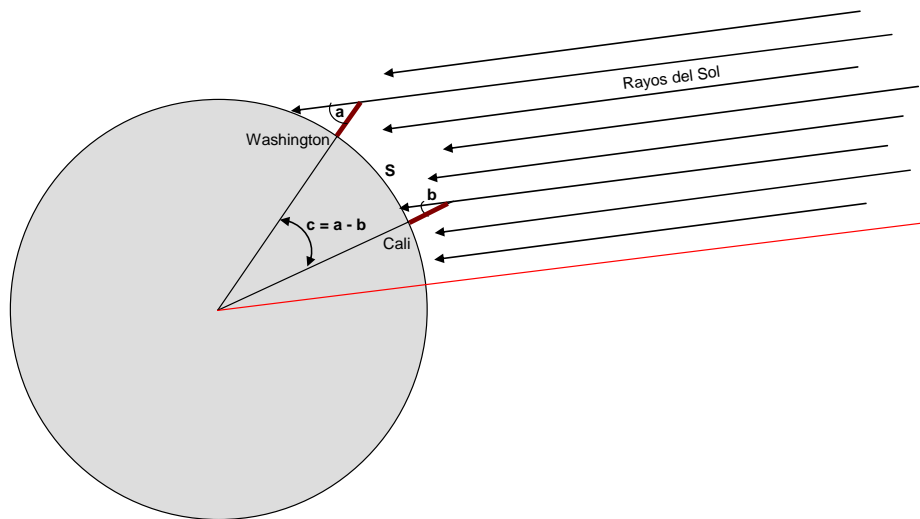
El Proyecto

El proyecto “El Tamaño de la Tierra” consiste en reproducir la medición de Eratóstenes entre grupos de estudiantes (edades: 10 – 11 años) en dos ciudades separadas una gran distancia (para minimizar errores). Para este proyecto se han elegido las ciudades de Cali y Washington que están localizadas en el mismo meridiano y separadas por 4000 kilómetros, lo cual las hace particularmente adecuadas para la medición. Estudiantes en ambas ciudades hacen la medición simultánea de la longitud de la sombra que deja una vara de un metro a una determinada hora en un determinado día. El otro dato necesario para medir la circunferencia de la Tierra es la distancia entre Cali y Washington, lo cual se puede estimar usando el tiempo de vuelo entre las dos ciudades, que sería la versión moderna del mensajero de Eratóstenes tomando nota del tiempo de viaje entre Alejandría y Syene.

Darse cuenta que está dentro de nuestras posibilidades hacer mediciones de objetos que superan en tamaño de la escala humana es una experiencia que ha representado importantes avances para la humanidad. De forma similar, para los jóvenes este tipo de experiencia constituye una oportunidad educativa excepcional para despertar interés y curiosidad científica. Enlazar grupos de estudiantes que colaboran en el mismo proyecto en dos ciudades remotas en dos países distintos de por sí es una experiencia de valor incomparable en un mundo donde las barreras geográficas tienden a desaparecer. Ante los retos de carácter global que seguramente tendrán que afrontar las nuevas generaciones, realizar proyectos conjuntos a nivel internacional es de especial importancia para nuestros jóvenes. El objetivo de este proyecto es dual: por un lado encender en los jóvenes el interés y entusiasmo por la experimentación científica y por el otro el de estimularlos para que piensen en problemas grandes que involucran la colaboración internacional.

La Medición

En la gráfica se muestra un diagrama de la Tierra iluminada por los rayos solares que inciden sobre las ciudades elegidas de Cali y Washington. Representado en el gráfico aparecen los ángulos (a y b) que hace un palo clavado en la Tierra con los rayos del Sol en cada una de las dos ciudades. Los ángulos a y b pueden ser medidos formando un triángulo que tiene como lados el palo y su sombra, cuyas longitudes se pueden medir fácilmente.



Como puede apreciarse en el gráfico podemos formar una “tajada de pizza” cortando la circunferencia de la Tierra por las líneas que van desde el centro de la Tierra hasta la superficie en los puntos donde se encuentran Cali y Washington. El ángulo de la tajada está indicado por la letra ‘c’ y se puede calcular una vez medidos los ángulos a y b:

Angulo de la tajada:

$$c = a - b$$

donde,

a = ángulo entre el palo y los rayos de Sol medidos en Washington

b = ángulo entre el palo y los rayos de Sol medidos en Cali

¿En cuántas tajadas podemos partir la circunferencia de la Tierra? Muy fácil, si cada tajada ocupa un ángulo de c grados de la “pizza”, entonces en total saldrán $360^\circ/c$ tajadas. La distancia ‘S’ entre Cali y Washington sería la longitud del borde de la “tajada de pizza”, y como tenemos $(360^\circ/c)$ tajadas entonces la longitud total de la circunferencia de la Tierra es $S \times (360^\circ/c)$:

Circunferencia de la Tierra:

$$L = S \times (360^\circ/c)$$

S = distancia entre Cali y Washington

c = ángulo de la tajada (ver cuadro anterior)

Guía Para Hacer la Medición

A continuación se sugiere el procedimiento que deben seguir los estudiantes para hacer una medición exitosa. Aunque las medidas aparentemente parezcan fáciles, es importante que el profesor haga énfasis en la importancia de seguir los pasos cuidadosamente verificando que se cumplan las condiciones que se piden. La fecha y la hora de la medición se deben elegir previamente en coordinación con los dos grupos. Para la medición y su preparación se deben seguir los siguientes pasos:

- 1) Fijar un palo de madera de 1 metro de largo sobre una base de tal forma que el palo pueda reposar sobre su base en dirección perpendicular al suelo. Es importante que el palo no sea torcido, un palo de escoba debe funcionar bien.
- 2) Colocar una lámina de cartulina blanca en el lugar donde cae la sombra del palo, de manera que aumente el contraste de la sombra con el piso.
- 3) Extender un metro a lo largo de la sombra, con el cero en la base del palo, justo en el punto donde este hace contacto con la Tierra (ver ejemplo en la foto de abajo). Hacer la medición de la longitud de la sombra y anotar los resultados. Nótese que la sombra no termina en un borde perfecto sino en un borde que muestra una degradación de oscuro a claro. Este hecho presenta una oportunidad para ilustrar las dificultades que se encuentran en hacer mediciones “fáciles” en el mundo real. En este momento el profesor puede pedir a los estudiantes que usen creatividad para ver cual es la mejor forma de medir la longitud de la sombra cuando su borde no está bien definido. Es mejor que los estudiantes apliquen su propio método. El profesor también puede sugerir que se tomen dos medidas, una posiblemente sobrestimada usando un borde superior de la sombra y otra posiblemente subestimada usando el borde inferior de la sombra.

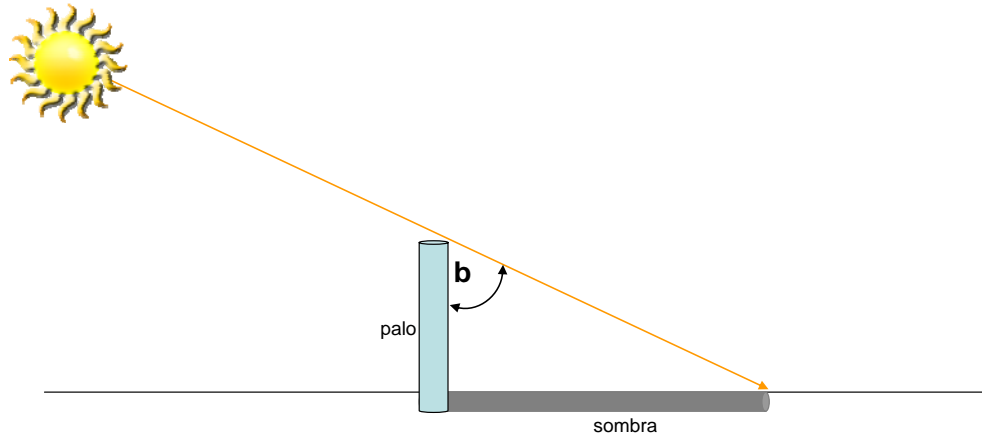


- 4) Para que los estudiantes en Washington puedan usar los resultados de las observaciones hechas en Cali, se debe tomar una foto a la hora de la medición donde se muestre claramente la sombra y el metro (ver ejemplo en la foto de abajo). Los datos y las fotos serán intercambiados.



- 5) Medir con la mayor precisión posible la longitud del palo
6) Determinar el ángulo que hace el palo con los rayos de Sol (indicado con la letra 'b' en el grafico) dibujando sobre papel un triángulo rectángulo formado por el palo y la sombra como se muestra en la figura. Con un transportador medir el ángulo 'b' sobre el dibujo del triángulo. Como se espera que el triángulo sea bastante grande, considerar la alternativa de dibujar el triángulo a escala (reduciendo todos los lados del triángulo por el mismo factor). Esta es una

oportunidad para que los estudiantes experimenten con el concepto de escalas. El profesor debe determinar cuál es la mejor manera de que sus estudiantes midan este ángulo.



- 7) Así como los estudiantes de Washington reciben las fotos tomadas en Cali, los estudiantes de Cali reciben las de Washington. Usar las fotos de Washington donde aparece la sombra sobre el metro para determinar la longitud de la sombra. La longitud del palo usado en Washington también será comunicada a los estudiantes de Cali. Con estos datos estimar el ángulo 'a' de la misma manera como se midió en ángulo 'b'.
- 8) Estimar la distancia entre Cali y Washington. Se proponen dos alternativas, a discreción del profesor quien puede discriminar con mejor criterio cuál es la mejor. Lo importante es que los estudiantes no usen métodos que requieren el radio de la tierra (por ejemplo las herramientas de medición de distancia en "Google maps" u otras calculadoras de distancia que aparecen en el Internet). No tiene sentido usar un método para estimar distancias que requiere el conocimiento de lo que queremos medir (el tamaño de la Tierra!). Las dos alternativas propuestas son: el tiempo de vuelo y la medida directa sobre un mapa usando las escalas del mapa. El tiempo de vuelo es un método atractivo porque se relaciona directamente con lo que hizo Eratóstenes. No existe conexión aérea directa entre Washington y Cali, pero una aproximación se puede obtener sumando el tiempo de vuelo entre Washington y Miami y luego entre Miami y Cali. En el sitio web de American Airlines, por ejemplo, se puede obtener el tiempo de salida y llegada de vuelos. Con el tiempo de vuelo sumado y la velocidad del jet conocida (en promedio 607 kilómetros/hora) se puede hallar la distancia (distancia = velocidad x tiempo). Este método es aproximado. Miami no queda exactamente en la línea que conecta Washington con Cali. Tratar de obtener un estimado más preciso de la distancia sería un buen ejercicio adicional. En realidad no es tan difícil, basta con dibujar dos triángulos, uno con la hipotenusa igual a la distancia Washington-Miami, el otro Miami-Cali. La segunda alternativa consiste en hallar un buen

- mapa, preferiblemente uno que use proyección que no deforma las distancias, y medir la distancia directamente con una regla sobre el mapa y luego convertir esa medida a kilómetros usando la escala presentada en el mapa. El mayor problema con este método es el de la dilatación de las distancias debido a la proyección de la esfera terrestre sobre un plano. La dilatación que ocurre con las distancias en un mapa se hace aun más pronunciada a grandes distancias.
- 9) Calcular la circunferencia de la Tierra: con S = la distancia entre Washington y Cali, y los ángulos 'a' y 'b', la circunferencia de la Tierra viene dada por: $L = S \times (360^\circ/c)$, con $c = a - b$. Si el profesor lo desea puede pedir que los estudiantes calculen el radio de la tierra ($r = L/2\pi$). Durante las mediciones de la sombra y de la distancia entre las ciudades se observó la posibilidad de errores, de sobrestimar o subestimar los valores reales. Esta es una buena oportunidad para hacer que los estudiantes entiendan el efecto de los errores en la medición y en particular la propagación de los errores. Se le puede pedir a los estudiantes que calculen dos valores de la circunferencia de la tierra: un valor máximo y uno mínimo, usando las medidas sobreestimadas y subestimadas de la longitud de la sombra y de la distancia entre las ciudades. Lo que estamos haciendo aquí es hallando el margen de error de la medición. Es posible que este sea algo grande, y es un buen ejercicio porque al final (si hemos hecho bien las cosas) el valor real de la circunferencia de la Tierra va a quedar dentro del rango de valores hallado de esta forma.

Referencias y Coordinación del Proyecto

El proyecto es coordinado por Sergio Torres quien puede ser contactado por correo electrónico a verada@earthlink.com.

Sergio Torres es un investigador en astrofísica, detalles de su trayectoria profesional se encuentran en: http://astroverada.com/Main/T_bio.html

Material educativo sobre astronomía, astrofísica y el universo (en español) en el web: <http://astroverada.com>